第一章　质点的运动参考答案

一、选择题：

1.C　2.B　3.A　4.C　5.C　6.C

二、判断题：

7.×　8. ×　9. √　10. ×　11. ×　12. √

三、填空题：

13. $y=\frac{b}{a^2}x^2+c$

14. $\sqrt{\frac{g}{\mu R}}$

15. 3倍

16. $gcot\theta$　$\frac{mg}{sin\theta}$

17. $90°$　$3mg$　0　0　$3mgsin\theta$

18. 0.4m/s　向东　弹性碰撞

四、计算题：

19.解：

$$a=4t+3=\frac{dv}{dt}$$

$$dv=(4t+3)dt$$

两边积分得　$\int_2^v dv=\int_3^t(4t+3)dt$

整理得　$v=2t^2+3t-25$

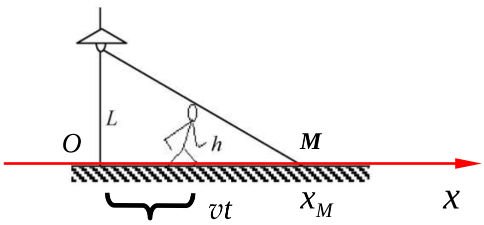
$$v=\frac{dx}{dt}$$

$$dx=(2t^2+3t-25)dt$$

两边积分得　$x=\int_3^x dx=\int_3^t(2t^2+3t-25)dt$

整理得　$x=\frac{2}{3}t^3+\frac{3}{2}t^2-25t+\frac{93}{2}$

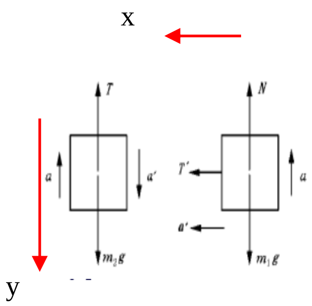
20.　解：取坐标如图所示



$$\frac{L}{h}=\frac{x_M}{x_M-vt}$$

$$x_M=\frac{Lvt}{L-h}$$

$$v_M = \frac{dx_M}{dt} = \frac{Lv}{L-h}$$



21. 解：以电梯为参考系，设绳中加速度为a_r

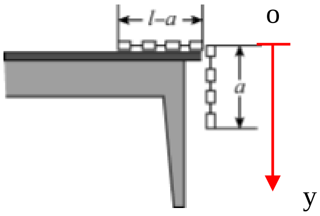
则　　$T = m_1 a_r$

$m_2 g + m_2 a - T = m_2 a_r$

联立可得

$$a_r = \frac{m_2(g+a)}{m_1+m_2}$$

22.解：(1)解法一：利用动能定理。



选取桌面为坐标原点，向下为 y 轴正向，链条 dy 元功为：

$$dA = \rho y g dy = \frac{m}{l} g y dy$$

其中 y 为下垂端的坐标。链条刚离开桌面时有：

$$A = \int_a^l dA = \frac{m}{l} g \int_a^l y dy = \frac{m}{2l} g (l^2 - a^2)$$

因为：

$$A = E_{kb} - E_{ka} = \frac{1}{2} m v^2$$

所以：

$$v^2 = \frac{g}{l}(l^2 - a^2)$$

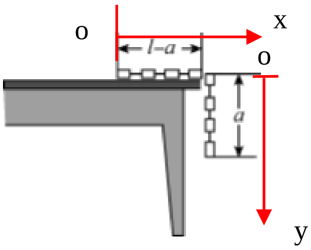
$$v = \sqrt{\frac{g}{l}(l^2 - a^2)}$$

解法二：利用机械能守恒。

选取链条，重物，地球为一个系统，无外力和非保守内力做功为零，取桌面为势能零点，链条离开桌面时的速度为 v，利用机械能守恒定理得

$$0 - \frac{m}{l} a g \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} m v^2 - m g \frac{1}{2} l$$

所以：$v = \sqrt{\frac{g}{l}(l^2 - a^2)}$



(2) 选取如图所示坐标系，向右为 x 轴正向，链条 dx 的摩擦力元功为：

$$dW_f = -\mu \frac{mg}{l}(l - a - x)dx$$

其中 y 为下垂端的坐标。链条刚离开桌面时有：

$$W_f = \int_0^{l-a} dW_f = -\mu \frac{mg}{l} \int_0^{l-a} (l - a - x)dx = -\frac{\mu m g (l-a)^2}{2l}$$

选取链条，重物，地球为一个系统，取桌面为势能零点，链条离开桌面时的速度为 v，利用功能原理可得

$$W_f = E_2 - E_1 = \left(\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m g l\right) - \left(0 - \frac{a}{l} m g \frac{a}{2}\right)$$

$$v=\sqrt{\frac{g}{l}[(l^2-a^2)-\mu(l-a)^2]}$$

23.解：过程 1，m_1下落到竖直位置

$$m_1gl=\frac{1}{2}m_1v_0^2$$

过程 2，m_1和m_2碰撞

$$m_1v_0+0=m_1v_1+m_2v_2$$

$$\frac{1}{2}m_1v_0^2+0=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_1v_2^2$$

过程 3，m_1和m_2上升过程

$$m_1gh_1=\frac{1}{2}m_1v_1^2$$

$$m_2gh_2=\frac{1}{2}m_2v_2^2$$

解得：

$$h_1=\frac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2}l$$

$$h_2=\frac{4{m_1}^2}{(m_1+m_2)^2}l$$

五、证明题

24. 证明：

（1）∵ $$a=\frac{-kv}{m}=\frac{dv}{dt}$$

分离变量，得

$$\boldsymbol{\frac{dv}{v}=\frac{-kdt}{m}}$$

即 $$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=\int_0^t\frac{-kdt}{m}$$

$$ln\frac{v}{v_0}=ln\,e^{-\frac{kt}{m}}$$

∴ $$v=v_0e^{-\frac{k}{m}t}$$

（2） $$y=\int vdt=\int_0^t v_0e^{-\frac{k}{m}t}dt=\frac{mv_0}{k}(1-e^{-\frac{k}{m}t})$$

质点停止运动时速度为零，即 t→∞，

故有 $$y=\int_0^{\infty}v_0e^{-\frac{k}{m}t}dt=\frac{mv_0}{k}$$

第二章　刚体的运动参考答案

一、选择题：

1. D　　2.A　　3.B　　4.D　　5.C　　6.A

二、判断题：

7. √　　8. ×　　9. √　　10. √　　11. ×　　12. ×

三、填空题：

13. $-4rad/s$；　$-8m/s$

14. $\frac{20}{3}\pi rad/s$;　$\frac{1}{3}\times 10^3$圈

15. 2倍

16. $209kg\cdot m^2$

17. $\frac{3}{4}mL^2$；$mg\frac{L}{2}$；$\frac{2g}{3l}$

18. $\frac{9}{4}\omega_0$;　$\frac{9}{8}mr_0^2\omega_0^2$;　$\frac{5}{8}mr_0^2\omega_0^2$

19. $\frac{6mv_0}{(M+3m)L}$

四、计算题

20. 解：因为　$\alpha = 3t^2 + 2t + 1 = \frac{d\omega}{dt}$

所以　$d\omega = (3t^2 + 2t + 1)dt$

两边积分得 $\int_{\omega_1}^{\omega} d\omega = \int_1^t (3t^2 + 2t + 1)dt$

整理得　$\omega = t^3 + t^2 + t - 2.5$

当t=10s时，$\omega = 1107.5\ \mathrm{rad/s}$

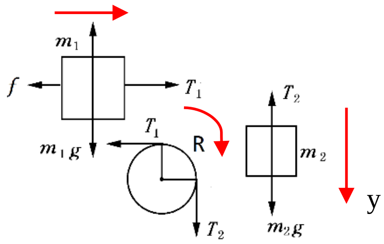
因为　$\omega = t^3 + t^2 + t - 2.5 = \frac{d\theta}{dt}$

两边积分得　$\int_{\theta_1}^{\theta} d\theta = \int_1^t (t^3 + t^2 + t - 2.5)dt$

整理得　$\theta = \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - 2.5t + \frac{17}{12} + \frac{\pi}{2}$

$$N = \frac{\theta_t - \theta_0}{2\pi} = \left(\frac{1}{4}\Delta t^4 + \frac{1}{3}\Delta t^3 + \frac{1}{2}\Delta t^2 - 2.5\Delta t\right)/2\pi$$

21. 解：对于m_1来说　$-m_1g-F_N=0$



$f=\mu F_N$

$T_1-f=m_1a$

对于M来说　$(T_2-T_1)R=J\alpha$

$J=\frac{1}{2}MR^2$

对于m_2来说　$m_2g-T_2=m_2a$　$a=R\alpha$

由以上式联立可得：

$a=\frac{m_2g-\mu m_1g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}$，$T_1=\mu m_1g+\frac{m_1(m_2+\mu m_1)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}$，$T_2=m_2g+\frac{m_2(m_2+\mu m_1)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}$

由于　$v^2=2ah$

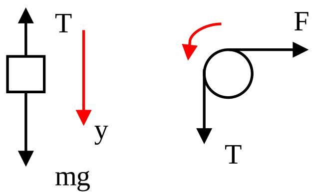
可得$v=\sqrt{\frac{2(m_2-\mu m_1)gh}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}}$

22. 解：　角动量守恒定理$J_1\omega_1+J_2\omega_2=J_1{'}\omega_1+J_2{'}\omega_2$可得：

$mR^2\omega_0+\frac{1}{2}MR^2\omega_0=\frac{1}{2}MR^2\omega+0$

整理得　$\omega=\frac{(2m+M)\omega_0}{M}$

23. 解：对于m来说　$mg-\mathrm{T}=m$



对于M来说　$\mathrm{T}R-FR=J\alpha$

$J=\frac{1}{2}MR^2$　$a=R\alpha$　$F=-kx$

联立可得：$a=\frac{mg-kx}{m+\frac{1}{2}M}$

因为　$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$

所以　$vdv=\frac{mg-kx}{m+\frac{1}{2}M}dx$

两边积分可得　$\int_0^v vdv=\int_0^h\frac{mg-kx}{m+\frac{1}{2}M}dx$

整理得　$v=\sqrt{\frac{2mgh-kh^2}{m+\frac{1}{2}M}}$　　$\omega=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mgh-kh^2}{m+\frac{1}{2}M}}$

法二：$mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}J\omega^2+\frac{1}{2}kh^2$

又 $\omega = v / R \quad J = \frac{1}{2}MR^2$

故有 $v = \sqrt{\frac{(2mgh-kh^2)}{m+\frac{1}{2}M}} \quad \omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mgh-kh^2}{m+\frac{1}{2}M}}$

24. 解： 碰撞过程，角动量守恒：

$$mv_0 l = \left(\frac{1}{3}ML^2 + ml^2\right)\omega$$

子弹与杆的一起上升过程 $\omega = \frac{v}{r}$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2 + ml^2\right)\omega^2 = Mg\frac{L}{2}(1-cos\alpha) + mgl(1-cos\alpha)$$

联立可得：$\omega = \sqrt{\frac{2mgl+MgL}{ml^2+\frac{1}{3}ML^2}(1-cos\alpha)} \quad v = \sqrt{\frac{(2mgl+MgL)\left(ml^2+\frac{1}{3}ML^2\right)}{m^2l^2}(1-cos\alpha)}$

五、证明题

证明：根据题意可知：$M = -k\omega = J\alpha = J\frac{d\omega}{dt} = J\frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = J\frac{\omega d\omega}{d\theta}$

则 $-k = J\frac{d\omega}{d\theta}$

两边积分可得 $\int_{\omega_0}^{0} d\omega = \int_0^{\theta}\left(-\frac{k}{J}\right)d\theta$

整理得 $\theta = \frac{J}{k}\omega_0 \quad N = \frac{J\omega_0}{2\pi k}$

第三章 机械振动和机械波参考答案

一、选择题：

1. B　　2.B　　3.B　　4.C　　5.A　　6.C

二、判断题：

7. √　　8. √　　9. ×　　10. ×　　11. √　　12. √

三、填空题：

13. $0.02\,m$; $2s$; $\frac{3}{4}\pi$

14. $-\frac{2}{3}\pi$; $0.4cos\left(4\pi t-\frac{2}{3}\pi\right)$

15. $\frac{1}{8}T$

16. 波源；弹性介质

17. $3m$；$150m/s$

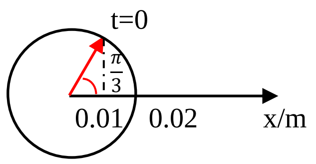
18. $A_1cos\left[2\pi\nu\left(t-\frac{r_1}{u}\right)+\varphi_1\right]$　　$A_2cos\left[2\pi\nu\left(t-\frac{r_2}{u}\right)+\varphi_2\right]$

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2cos\left[-2\pi\nu\frac{(r_1-r_2)}{u}+(\varphi_2-\varphi_1)\right]}$$

四、计算题

19.解： (1)（1）$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=5(rad/s)$ ；

$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{5}(s)$



(2)由旋转矢量可得

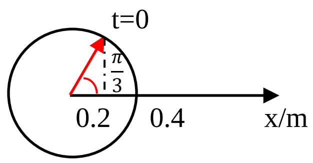
$\varphi_0=\frac{\pi}{3}$　　$A=0.02m$

则　$x=0.02\,cos(5t+\frac{\pi}{3})$

20. 解：(1)由题意可知

因为　$F=-kx$　则 $F_{max}=-kx_{max}=0.8N$　所以　$k=2(\text{N/m})$

$E=\frac{1}{2}kA^2=0.16(J)$



(2)令$m=2kg$　$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=1(rad/s)$

因为　$t=0$时　$x_0=0.2m$　$v_0<0$

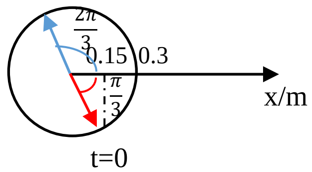
所以，由旋转矢量可得　$\varphi_0=\frac{\pi}{3}$

$x=0.4\,cos(t+\frac{\pi}{3})$

21.解：（1）$A=30cm=0.3m \quad T=5s \quad \omega=\frac{2\pi}{5}rad/s$

因为 $t=0$时 $x_0=15cm=0.15m \quad v_0>0$

所以，由旋转矢量可得 $\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$



$x=0.3\,cos(\frac{2\pi}{5}t-\frac{\pi}{3})$

（2）因为 $\Delta\varphi=\omega\Delta t$

所以 $\Delta t=\frac{\omega}{\Delta\varphi}=\frac{2\pi/5}{2\pi/3}=0.6s$

22.解：（1）$\varphi_1=\frac{\pi}{4} \quad \varphi_2=\frac{3\pi}{4} \quad \Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\frac{\pi}{2}$

则 $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}=0.05m$

$$\varphi_{合}=arctan\frac{A_1sin\varphi_1+A_2sin\varphi_2}{A_1cos\varphi_1+A_2cos\varphi_2}=arctan7$$

（2）$\varphi-\varphi_{合}=\pm2k\pi \quad k=1,2,3，\cdots$

$$\varphi=\pm2k\pi+\varphi_{合}=\pm2k\pi+arctan7 \quad k=1,2,3，\cdots$$

23. 解：（1）$y_0=Acos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$

（2）$y=Acos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)-\frac{\omega L}{u}+\varphi\right]$

五、证明题

24. 证明：因为 $E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m[-\omega Asin(\omega t+\varphi)]^2$

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}k[Acos(\omega t+\varphi)]^2$$

因为 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ 所以 $k=m\omega^2$

则$E_k+E_p=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m[-\omega Asin(\omega t+\varphi)]^2+\frac{1}{2}k[Acos(\omega t+\varphi)]^2=\frac{1}{2}kA^2$

$\frac{1}{2}kA^2$为不变量 得证

第四章 狭义相对论参考答案

一、选择题：

1.D　2.D　3. D　4.A　5.C　6.A

二、判断题：

7. √　8. √　9. ×　10. ×　11. √　12. ×

三、填空题：

13. 爱因斯坦狭义相对性原理；光速不变原理

14. 2.4×10^{-4}；5.1×10^{4}

15. $\frac{5}{14}$c　或　1. 07$\times10^{8}$

16. $\frac{\sqrt{3}}{2}$c

17. $\frac{400}{39}\frac{m_0}{l_0}$;　$\frac{20}{\sqrt{39}}\frac{m_0}{l_0}$

18. $\frac{2\sqrt{6}}{5}c$ 或 $2.94\times10^{8}m/s$;　$4.91\times10^{-18}kg\cdot m/s$;　1.2×10^{-9}J

19. $\frac{2m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_0}{c}\right)^2}}$;　0

四、计算题

20. 解：（1）$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{2.6\times10^{-8}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.8c}{c}\right)^2}}=4.3\times10^{-8}s$

（2）$d=u\Delta t=0.8c\times4.3\times10^{-8}=10.4m$

21. 解：（1）$v_x=\frac{v_x^{'}+u}{1+\frac{v_x^{'}u}{c^2}}=\frac{0.8c+0.5c}{1+\frac{0.8c\cdot0.5c}{c^2}}=\frac{13}{14}c$

（2）$v_x=\frac{v_x^{'}+u}{1+\frac{v_x^{'}u}{c^2}}=\frac{-c+0.5c}{1+\frac{-c\cdot0.5c}{c^2}}=-c$

22. 解：（1）$\rho_1=\frac{m^{'}}{l^{'}}=\frac{m/\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{l\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{1}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\rho$

（2）$\rho_2=\frac{m^{'}}{l}=\frac{m/\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{l}=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\rho$

23. 解：（1）$F_{合}=Eq=\frac{d(mv)}{dt}$

$d(mv)=Eqdt$

两边积分得　$mv=Eqt$

因为　$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

所以 $v=\sqrt{\frac{1}{(Eqt/c)^2+m_0^2}}\cdot Eqt=\frac{Eqtc}{\sqrt{(m_0c)^2+(Eqt)^2}}$

（2）不考虑相对论效应 $Eq=ma=m\frac{dv}{dt}$

$$v=\frac{Eqt}{m_0}$$

24.解：（1）设非相对论动量为$P_1=m_0v$，相对论动量为$P_2=mv$

根据题意可得：$2P_1=P_2$，即：$2m_0v=mv$

因为 $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

所以 $2m_0=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

整理可得 $v=\frac{\sqrt{3}}{2}c$

（2）根据题意可得：$E=E_0+E_K=2m_0c^2=mc^2$

因为 $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

所以 $2m_0=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

整理可得 $v=\frac{\sqrt{3}}{2}c$

五、综合题

25. 解：（1）$E_0=m_0c^2=9.1\times10^{-31}\times(3\times10^8)^2=8.19\times10^{-14}J$

$E_K=2.8\times10^9eV=4.48\times10^{-10}J$

因为 $E=E_0+E_K=mc^2$

所以 $m=\frac{E_0+E_K}{c^2}=5.0\times10^{-27}kg$

因为 $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

所以 $v=2.99999995\times10^8m/s$

$\Delta v=c-v=5m/s$

（2）因为 $E^2=E_0^2+P^2c^2$

所以 $P=\sqrt{\frac{E^2-E_0^2}{c^2}}\approx\frac{E}{c}=1.49\times10^{-18}kg\cdot m/s$

（3）$F_n=\frac{mv^2}{r}=\frac{(mv)^2}{mr}=\frac{P^2}{mL/2\pi}=1.9\times10^{-12}N$

第五章　气体动理论参考答案

一、选择题

1. C　2. B　3. A　4. C　5. C　6. C

二、判断题：

7. ×　8. ×　9. √　10. √　11. ×　12. √

三、填空题：

13. 速率大于最概然速率v_p的所有分子的总数 ;所有分子的动能之和

14. 1:1；　1:16

15. T；　自由度为i的理想气体分子的平均动能；　自由度为i的m克理想气体的内能

16. $6.21\times10^{-21}J$　9.9Pa

17. 等压　等体　等温

18. m_1

四、计算题

19. 解：设室温为 27℃

$$E_{kt}=\nu\frac{3}{2}RT=1\times\frac{3}{2}\times8.31\times(273+27)=3739.5\text{J}$$

$$E_{kr}=\nu\frac{2}{2}RT=1\times\frac{2}{2}\times8.31\times(273+27)=2493\text{J}$$

$$\Delta E=\nu\frac{5}{2}R\Delta T=415.5\text{J}$$

20. 解：（1）因为　$P=nkT$　所以　$n=\frac{P}{kT}=2.45\times10^{26}个/m^3$

（2）$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=445.4m/s$

（3）$\bar{z}=\sqrt{2}n\pi d^2\bar{v}=6.14\times10^{10}/s$

（4）$\lambda=\frac{\bar{v}}{z}=7.25\times10^{-10}m$

（5）$\varepsilon_{kt}=\frac{3}{2}kT=6.21\times10^{-21}J$

21. 解：（1）因为　$\varepsilon_{kt}(H_2)=\frac{3}{2}kT=6.21\times10^{-21}J$

所以　$\varepsilon_k(O_2)=\frac{5}{2}kT=\frac{6.21\times10^{-21}}{\frac{3}{2}}\times\frac{5}{2}=1.035\times10^{-20}J$

（2）因为　$\varepsilon_{kt}(H_2)=\varepsilon_{kt}(O_2)=\frac{3}{2}kT=6.21\times10^{-21}J$

所以　$T=\frac{2\varepsilon_{kt}}{3k}=300K$

22. 解：（1）因为　$E=\nu\frac{5}{2}RT$

所以　$P=\frac{\nu RT}{V}=\frac{2E}{5V}=1.35\times10^{5}Pa$

（2）因为　$E=N\cdot\varepsilon_k=N\cdot\frac{5}{2}kT$

所以　$T=\frac{2E}{5Nk}=362.3K$

$\varepsilon_{kt}=\frac{3}{2}kT=7.5\times10^{-21}J$

23. 解：$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{M}}=336.6m/s$

$v_{rms}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=412.3m/s$

$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=379.8m/s$

五、证明题

证明：$\overline{v^2}=\left(\int_0^\infty Nv^2f(v)dv\right)/N$

$=\int_0^\infty v^2f(v)dv$

$=\int_0^\infty v^2\,4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2dv$

$=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^4dv$

$=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{3}{8}\sqrt{\pi}\left(-\frac{m}{2kT}\right)^{-\frac{5}{2}}$

$=\frac{3kT}{m}$

$v_{rms}=\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$　得证

第六章　热力学基础参考答案

一、选择题

1. D　2. C　3. D　4. B　5. A　6. C

二、判断题：

7. ×　8. ×　9. ×　10. √　11. √　12. ×

三、填空题：

13. 124. 65J；333. 65J

14. 200%　$200J$

15. 略

16. 等压　绝热　等压　绝热

17. 做功　热传递　温度

四、计算题

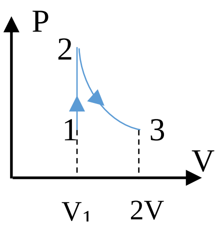
18. 解：（1）因为 $\left(P+\frac{a}{V_m^2}\right)(V_m-b)=RT$

所以 $P=\frac{RT}{(V_m-b)}-\frac{a}{V_m^2}$

则 $W=\int_{V_1}^{V_2}PdV=\int_{V_1}^{V_2}\left(\frac{RT}{(V_m-b)}-\frac{a}{V_m^2}\right)dV_m=RT\ln\frac{V_2-b}{V_1-b}-\left(\frac{a}{V_1}-\frac{a}{V_2}\right)$

（2）因为定体，则：$W=0$

所以 $Q=\Delta U_m=U_{末}-U_{初}=c\Delta T$

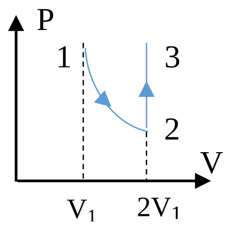


19. 解：（1）$V=$常量时，则：$W_{12}=0$

$Q_{12}=\Delta U_{12}=\nu C_{V,m}\Delta T=\nu\frac{5}{2}R\Delta T=309.6J$

$T=$常量时，则：$\Delta U_{23}=0$

$Q_{23}=W_{23}=\int_{V_1}^{V_2}PdV=\nu RT\ln\frac{V_3}{V_2}=\nu RT\ln 2=$2033. 3J



$W_{总}=W_{12}+W_{23}=2033.3J$

$Q_{总}=Q_{12}+Q_{23}=2342.9J$

$\Delta U_{总}=\Delta U_{12}+\Delta U_{23}=309.6J$

（2）$T=$常量时，则：$\Delta U_{12}=0$

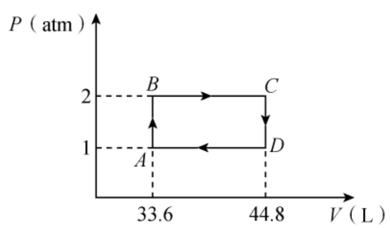
$Q_{12}=W_{12}=\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}=1687.7J$

$V=$常量时，则：$W_{23}=0$

$Q_{23}=\Delta U_{23}=\nu C_{V,m}\Delta T=\nu\frac{5}{2}R\Delta T=309.6J$

$W_{总}=W_{12}+W_{23}=1687.7J$

$Q_{总}=Q_{12}+Q_{23}=1997.3J$



$\Delta U_{总} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} = 309.6J$

20. 解：$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = \nu C_{V,m}\Delta T = \nu \frac{3}{2}R\Delta T$

$$= \frac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A) = 5140.8J$$

$Q_{BC} = \nu C_{P,m}\Delta T = \nu \frac{5}{2}R\Delta T = \frac{5}{2}(P_C V_C - P_B V_B) = 5712J$

$Q_{CD} = \nu C_{V,m\Delta}T = \nu \frac{3}{2}R\Delta T = \frac{3}{2}(P_D V_D - P_C V_C) = -6854.4J$

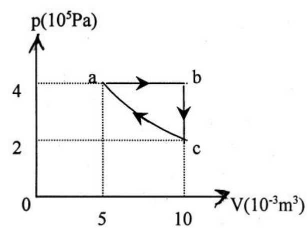
$Q_{DA} = \nu C_{P,m}\Delta T = \nu \frac{5}{2}R\Delta T = \frac{5}{2}(P_A V_A - P_D V_D) - 2856J$

$\eta = 1 - \frac{|Q_{CD}+Q_{DA}|}{Q_{AB}+Q_{BC}} \approx 10.5\%$

21. 解(1)$a \to b$: $W_1 = \int P_a dV = P_a(V_b - V_a) = 2\times10^3$J;

$b \to c$: $V_b = V_c$, $W_2=0$;

$c \to a$: $W_3 = \nu RT_c \ln\frac{V_a}{V_c}$-$1.38\times10^3$J



(2) $T_b = \frac{2P_bV_b}{R}$ =962K C_V=5R/2

$a \to b$: $Q_1 = W_1 + E_b - E_a = 7\times10^3$J;

$b \to c$: $Q_2 = E_c - E_b = \nu C_V(T_c - T_b) = -5\times10^3$J;

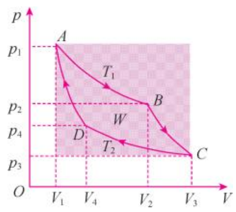
$c \to a$: $Q_3 = W_3 = -1.38\times10^3$J

(3) $\eta = 1 - \frac{Q_2+Q_3}{Q_1}$ =8.86%

五、证明题

证明：系统从高温热源T$_1$吸收的热量：

$$Q_1 = Q_{AB} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$



外界对系统做功,系统向低温热源T$_2$放出的热量：

$$Q_2 = |Q_{CD}| = \left|\nu RT \ln\frac{V_4}{V_3}\right| = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}$$

则卡诺循环效率为

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}}{\nu RT_1 \ln\frac{V_2=}{V_1}} 1 - \frac{T_2 \ln\frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

由于B到C和D到A的过程为绝热过程，由绝热过程方程可得

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \qquad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

所以 $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$

由此可知，卡诺循环的效率为

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$